Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Continu Vakantie Onderzoek

1 maximumscore 3

- Het aantal personen dat op vakantie gaat, is $\frac{35,5}{2,78} (= 12,76...)$ miljoen 1
- De gehele CVO-populatie is $\frac{12,76...}{0,807}$ miljoen 1
- Het antwoord: 15 824 000 1

2 maximumscore 4

Een aanpak als:

- Het aflezen van twee punten van de grafiek in de periode 1990–2001, bijvoorbeeld (1990, 11 100) en (2001, 14 400) 1
- De gemiddelde toename per jaar is $\frac{14\,400 - 11100}{2001 - 1990} (= 300)$ 1
- (Uitgaande van, bijvoorbeeld, 11100 in 1990:) de bijbehorende waarde in 1985 is $(11100 - 5 \cdot 300 =)\, 9600$ 1
- Het antwoord: (het aantal buitenlandse vakanties in 1985 is gelijk aan) 9 600 000 (of nauwkeuriger) 1

of

- Het aflezen van twee punten van de grafiek in de periode 1990–2001, bijvoorbeeld (1990, 11 100) en (2001, 14 400) 1
- De richtingscoëfficiënt van de trendlijn is $\frac{14\,400 - 11100}{2001 - 1990} (= 300)$ 1
- (Met de formule van de trendlijn $A = 300 \cdot t + 11100$ met A het aantal buitenlandvakanties in duizendtallen en t de tijd in jaren met $t = 0$ in het jaar 1990:) de waarde in 1985 is $(300 \cdot -5 + 11100 =)\, 9600$ 1
- Het antwoord: (het aantal buitenlandse vakanties in 1985 is gelijk aan) 9 600 000 (of nauwkeuriger) 1

Opmerkingen

– *Bij het aflezen is een marge van 100 $(\times 1000)$ toegestaan.*

– *Voor een aanpak gebaseerd op het verlengen van de grafiek, geen scorepunten toekennen.*

3 **maximumscore 3**

- Het totaal aantal vakanties is in 2002 en 2016 gelijk 1
- Het aantal buitenlandse vakanties is in 2016 groter dan in 2002 1
- Het percentage buitenlandse vakanties is dus toegenomen 1

of

- Het aantal buitenlandse vakanties was in 2002 en 2016 respectievelijk 16 750 en 17 800 (duizend) en het totaal aantal vakanties was in beide jaren (ongeveer) 35 500 (duizend) 1
- Het aantal buitenlandse vakanties is (in de periode 2002–2016) gestegen en het totaal aantal vakanties niet 1
- De conclusie: het percentage buitenlandse vakanties is (in de periode 2002–2016) toegenomen 1

of

- Het aantal buitenlandse vakanties was in 2002 en 2016 respectievelijk 16 750 en 17 800 (duizend) en het totaal aantal vakanties was in beide jaren (ongeveer) 35 500 (duizend) 1
- In 2002 was het aantal buitenlandse vakanties minder dan de helft van het totaal aantal vakanties en in 2016 was dat meer dan de helft 1
- De conclusie: het percentage buitenlandse vakanties is (in de periode 2002–2016) toegenomen 1

of

- Het aantal buitenlandse vakanties was in 2002 en 2016 respectievelijk 16 750 en 17 800 (duizend) en het totaal aantal vakanties was in beide jaren (ongeveer) 35 500 (duizend) 1
- De percentages: $\frac{16\,750}{35\,500} \cdot 100 = 47{,}1...(\%)$ en $\frac{17\,800}{35\,500} \cdot 100 = 50{,}1...(\%)$ 1
- De conclusie: het percentage buitenlandse vakanties is (in de periode 2002–2016) toegenomen 1

Opmerking
Bij het aflezen is een marge van 500(duizend) toegestaan.

4 **maximumscore 4**

Een aanpak als:

- Het aantal binnenlandse vakanties is gelijk aan $T - B$ 1
- $T - B = -20{,}3t^2 + 951t + 24\,800 - (-10{,}1t^2 + 587t + 10\,200)$
  $(= -10{,}2t^2 + 364t + 14\,600)$ 1
- Beschrijven hoe de t-waarde bij het maximum van $T - B$ kan worden bepaald 1
- Het antwoord: ($t = 17{,}8...$, dus in het jaar) 2008 1

5 **maximumscore 4**

Een aanpak als:

- Het aantal dagen per jaar dat een Nederlander gemiddeld op vakantie gaat, is gelijk aan $A \cdot L$ 1
- $A \cdot L = (0,0136t + 2,43)(-0,024t + 9,3)$
  $(= -0,0003264t^2 + 0,06816t + 22,599)$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $(0,0136t + 2,43)(-0,024t + 9,3) = 25$ (of $-0,0003264t^2 + 0,06816t + 22,599 = 25$) kan worden opgelost 1
- Het antwoord: ($t = 44,8...$, dus vanaf het jaar) 2035 1

Opmerking
Als een kandidaat gerekend heeft met 24,5 dagen vakantie per jaar, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

Vraag	Antwoord	Scores

Lengtegroei bij jongens

6 maximumscore 4

- De grenswaarde is 76,4 (cm) 1
- De vergelijking $76{,}4 - 19{,}4 \cdot 0{,}9704^{w} = 66{,}4$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe de vergelijking kan worden opgelost 1
- Het antwoord: ($w = 22{,}0...$, dus: na) 22 (weken) 1

7 maximumscore 3

- $L_1{}' = -19{,}4 \cdot \ln(0{,}9704) \cdot 0{,}9704^{w} (= 0{,}582... \cdot 0{,}9704^{w})$ 1
- $L_1{}'(26) = 0{,}266...$ 1
- Het antwoord: 0,27 (cm/week) 1

8 maximumscore 3

- De afgeleide van $\mathrm{e}^{16{,}4-1{,}2t}$ is $-1{,}2 \cdot \mathrm{e}^{16{,}4-1{,}2t}$ 1
- $L_3{}' = 16{,}1 \cdot -1 \cdot -1{,}2 \cdot \mathrm{e}^{16{,}4-1{,}2t} \cdot \left(1+\mathrm{e}^{16{,}4-1{,}2t}\right)^{-2}$ (of $L_3{}' = \dfrac{\left(1+\mathrm{e}^{16{,}4-1{,}2t}\right) \cdot 0 - 16{,}1 \cdot -1{,}2 \cdot \mathrm{e}^{16{,}4-1{,}2t}}{\left(1+\mathrm{e}^{16{,}4-1{,}2t}\right)^{2}}$) 1
- Dit herleiden tot: $L_3{}' = \dfrac{19{,}32 \cdot \mathrm{e}^{16{,}4-1{,}2t}}{\left(1+\mathrm{e}^{16{,}4-1{,}2t}\right)^{2}}$ 1

9 maximumscore 3

- Het maximum van $L_3{}'$ moet worden berekend 1
- Beschrijven hoe het maximum van $L_3{}'$ kan worden berekend 1
- Het antwoord: 4,8 (cm/jaar) 1

Vraag	Antwoord	Scores

10 **maximumscore 4**

- De variabele w in L_1 vertalen in de variabele t in jaren: $w = 52t$ dus
  $L_1(w) = L_1(52t) = 76,4 - 19,4 \cdot 0,9704^{52t}$ — 1
- $L_1 = 76,4 - 19,4 \cdot \left(0,9704^{52}\right)^t \approx 76,4 - 19,4 \cdot 0,2096^t$ — 1
- Dus $L_1 + L_2 (= \left(76,4 - 19,4 \cdot 0,2096^t\right) + \left(-0,235t^2 + 9,5t - 4,7\right)$
  $= 76,4 - 4,7 - 19,4 \cdot 0,2096^t - 0,235t^2 + 9,5t)$
  $= 71,7 - 19,4 \cdot 0,2096^t - 0,235t^2 + 9,5t$ — 1
- $L\ (= L_1 + L_2 + L_3\ ) = -19,4 \cdot 0,2096^t - 0,235t^2 + 9,5t + 71,7 + \dfrac{16,1}{1 + \mathrm{e}^{16,4 - 1,2t}}$ — 1

11 **maximumscore 5**

Een aanpak als:

- Het bepalen van de afwijking (–)0,26 (cm) en de lengte 76 (cm) op leeftijd 1 (jaar) — 1
- Het bepalen van de afwijking 0,42 (cm) en de lengte 162 (cm) op leeftijd 13 (jaar) — 1
- De berekening van de procentuele afwijkingen op deze momenten: 0,34… (%) respectievelijk 0,25…(%) — 2
- Het antwoord: (op een leeftijd van) 1 jaar (is die afwijking relatief het grootst) — 1

Opmerkingen

– *Voor de afgelezen afwijkingen mag 0,02 cm worden afgeweken; voor de afgelezen lengtes mag 2 cm worden afgeweken.*

– *Voor het derde antwoordelement mag voor een niet volledig juist antwoord 1 scorepunt worden toegekend.*

– *Als een kandidaat zijn redenering baseert op (minimaal) twee waarnemingen bij andere leeftijden dan 1 en 13 jaar, ten hoogste 3 scorepunten voor deze vraag toekennen.*

Wetmatige beweging

12 maximumscore 5

- Een vorm van 1 vierkant kan op 1 manier geplaatst worden, een vorm van 9 vierkanten kan ook op 1 manier geplaatst worden en een vorm van 4 vierkanten kan op 4 manieren geplaatst worden 1
- Een vorm van 2 vierkanten kan liggend (of staand) op 2 manieren geplaatst worden 1
- Een vorm van 3 vierkanten kan liggend (of staand) op 1 manier geplaatst worden en een vorm van 6 vierkanten kan liggend (of staand) op 2 manieren geplaatst worden 1
- Een vorm van 2, 3 of 6 vierkanten kan zowel liggend als staand geplaatst worden 1
- Het gevraagde aantal verschillende vormen is $1+1+4+2\cdot 2+2\cdot 1+2\cdot 2=16$ 1

of

- Er is 1 vorm bestaande uit 1 vierkant en er is 1 vorm bestaande uit 9 vierkanten en er zijn 4 vormen bestaande uit 4 vierkanten 1
- Er zijn 4 vormen bestaande uit 2 vierkanten 1
- Er zijn 2 vormen bestaande uit 3 vierkanten 1
- Er zijn 4 vormen bestaande uit 6 vierkanten 1
- Het gevraagde aantal verschillende vormen is $1+1+4+4+2+4=16$ 1

13 maximumscore 4

- Het aantal vormen in elk van de genoemde driehoekige delen is $\frac{625-4\cdot 12-1}{4}=144$ 1
- De oppervlaktes van de vormen op de diagonalen zijn 2 (cm^2) en 6 (cm^2), de oppervlaktes van de vormen in de driehoekige delen zijn 1, 3 en 9 (cm^2) 1
- De totale oppervlakte is $1\cdot 4+12\cdot(2+2+6+6)+144\cdot(1+3+3+9)$ (cm^2) 1
- Het antwoord: 2500 (cm^2) 1

Opmerking
Als uitsluitend en herkenbaar gewerkt is met de later in de opgave genoemde formules voor $O(n)$, voor deze vraag geen scorepunten toekennen.

Vraag	Antwoord	Scores

14 maximumscore 4

- De eerste vier dezelfde vormen kunnen op $\binom{24}{4}$ manieren geplaatst worden — 1
- De andere vormen op $\binom{20}{4}$, $\binom{16}{4}$, $\binom{12}{4}$, $\binom{8}{2}$, $\binom{6}{2}$ en $\binom{4}{2}$ manieren — 1
- Het totaal aantal manieren is $\binom{24}{4}\cdot\binom{20}{4}\cdot\binom{16}{4}\cdot\binom{12}{4}\cdot\binom{8}{2}\cdot\binom{6}{2}\cdot\binom{4}{2}$ — 1
- Het antwoord: $1\cdot 10^{17}$ (of nauwkeuriger) — 1

of

- De 24 vormen kunnen op 24! manieren geplaatst worden (als de 24 vormen als allemaal van elkaar verschillend beschouwd worden) — 1
- Herhaald gebruik van dezelfde vormen leidt tot: $\dfrac{24!}{(4!)^4\cdot(2!)^4}$ — 2
- Het antwoord: $1\cdot 10^{17}$ (of nauwkeuriger) — 1

Opmerking
Voor het tweede antwoordelement in het tweede antwoordalternatief mag voor een niet volledig juist antwoord 1 scorepunt worden toegekend.

15 maximumscore 3

Een aanpak als:

- $\frac{1}{2}\cdot n\cdot(1+2n-1)=n^2$ — 1
- Formule (1) kan als volgt herschreven worden: $O(n)=4+16n+16n^2$ — 1
- Formule (2) kan als volgt herschreven worden:
  $O(n)=\left(4n+2\right)^2=16n^2+16n+4\left(=4+16n+16n^2\right)$ — 1

16 maximumscore 4

Een aanpak op basis van voorbeeldwaarden:

- $O(1)=4+b$ — 1
- $O(1)=36$ dus $b=32$ — 1
- $O(2)=O(1)+a\cdot 1+b=36+a+32$ — 1
- $O(2)=100$ dus $a=32$ — 1

of een aanpak als:

- $O(n+1)=(4(n+1)+2)^2=(4n+6)^2=16n^2+48n+36$ — 1
- $O(n+1)-O(n)=16n^2+48n+36-(16n^2+16n+4)$ — 1
- Dit geeft $O(n+1)-O(n)=32n+32$ — 1
- $O(n+1)=O(n)+32n+32$ (dus $a=32$ en $b=32$) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

De bankenformule

17 maximumscore 3

- De schatting van de verdubbelingstijd (met de bankenformule): 70 (jaar) 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $\frac{72}{p} = 70$ kan worden opgelost 1
- Het antwoord: 1,03 (%) 1

18 maximumscore 3

- Het verschil tussen de twee schattingen is $\frac{72}{p} - \frac{70}{p}$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $\frac{72}{p} - \frac{70}{p} = \frac{1}{12}$ kan worden opgelost 1
- Het antwoord: (vanaf een rentepercentage van) 24(%) 1

19 maximumscore 4

- Schatting van de verdubbelingstijd (met de bankenformule): $\frac{70}{1,1} = 63,63...$ (jaar) 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $1,011^t = 2$ (of $b \cdot 1,011^t = 2 \cdot b$, met voor b een zelfgekozen getallenvoorbeeld) kan worden opgelost 1
- De werkelijke verdubbelingstijd is 63,35… (jaar) 1
- Het antwoord: (het verschil is $63,63... - 63,35... = 0,27...$ jaar, dus) 3 (maanden) 1

20 maximumscore 4

- (Uit $\ln\left((1+0,01p)^T\right) = \ln(2)$ volgt) $T \cdot \ln(1+0,01p) = \ln(2)$ 1
- (Uit $\ln(1+0,01p) = 0,01p$ volgt dan) $T \cdot 0,01p = \ln(2)$ 1
- Dit geeft $T \cdot p\,(= 100 \cdot \ln(2)) = 69,3...$ (dus $c = 69,3...$) 1
- De nauwkeurigere waarde van c is lager (dan 70) 1

Vraag	Antwoord	Scores

Kantwerk

21 maximumscore 9

Een aanpak als:

- De hoogte in cm van de golf is een sinusoïde van de vorm $H(x) = a \cdot \sin(bx) + d$ met x de afstand in m en H de hoogte in cm — 1
- Een periode is $100 \cdot \frac{60}{3200} = 1{,}875$ (meter) — 1
- $b = \frac{2\pi}{1{,}875} = 3{,}35...$ — 1
- $a = \frac{70-17}{2} = 26{,}5$ — 1
- $d = 17 + 26{,}5 = 43{,}5$ — 1
- De plank van Annemarie zit midden boven een laagste punt — 1
- $x_{\text{laagste punt}} = \frac{3}{4} \cdot 1{,}875 = 1{,}40625$ — 1
- De hoogte van de plank van Annemarie zit dan bij $x = 1{,}40625 - 0{,}5 = 0{,}90625$ (of $x = 1{,}40625 + 0{,}5 = 1{,}90625$) — 1
- De hoogte van de plank van Annemarie is $H(0{,}90625) = 26{,}5 \cdot \sin(3{,}35... \cdot 0{,}90625) + 43{,}5 = 46{,}...$ cm. Dus Annemarie zit lager dan Floortje — 1

of

- De hoogte in cm van de golf is een sinusoïde van de vorm $H(x) = a \cdot \sin(bx) + d$ met x de afstand in m en H de hoogte in cm — 1
- Een periode is $100 \cdot \frac{60}{3200} = 1{,}875$ (meter) — 1
- $b = \frac{2\pi}{1{,}875} = 3{,}35...$ — 1
- $a = \frac{70-17}{2} = 26{,}5$ — 1
- $d = 17 + 26{,}5 = 43{,}5$ — 1
- De vergelijking $26{,}5 \cdot \sin(3{,}35... \cdot x) + 43{,}5 = 50$ moet worden opgelost — 1
- Dit geeft $x = 0{,}8...$ en $x = 1{,}9...$ — 1
- De lengte van de plank van Floortje is $(1{,}9... - 0{,}8... =) 1{,}08...$ m — 1
- De plank van Floortje is langer dan die van Annemarie dus Annemarie zit lager dan Floortje — 1